

# Kreissegmentplatte unter Eigengewicht

## Table of contents

1 Ausgangsdaten.....	2
1.1 Berechnungsgang.....	3
1.2 Ergebnisse:.....	5

## 1. Ausgangsdaten

Eine Platte in Form eines Kreisabschnitts von 800 mm Durchmesser und 900 mm Bogenhöhe mit noch zu bestimmender Dicke ist über die Länge der Sehne in einer steifen Konstruktion fest eingespannt, über die Bogenlänge frei. Die einzige auftretende Last ist die Gewichtskraft aus Eigengewicht.

Werkstoff: Polyethylen hoher Dichte (PE-HD)

Kennwerte bei 20° C:

Dichte:  $\rho = 955 \text{ kg/m}^3$

Streckspannung:

$$\sigma_g$$

Objekt3

= 27 MPa

Zug-Elastizitätsmodul:  $E = 1200 \text{ MPa}$

Kriechmodul für 1 Jahr bei 0.5 MPa Zugspannung:

$$E_{\sigma, 1a, 0.5 \sigma}$$

Objekt4

= 320 MPa

Grenzdehnung1

Die Dehnung, bis zu der sich weiche thermoplastische Kunststoffe wie Polyethylen praktisch linear viskoelastisch verhalten, wird meist mit 0.5 % angenommen. Bis zu diesem Wert, der bereits eine nicht allgemein näher bestimmbare Sicherheit enthält, sind die Werkstoffkennwerte zwar von der Belastungszeit mehr oder weniger nichtlinear abhängig, aber von der erreichten Werkstoffverzerrung (insbesondere Dehnung) - für technische Anwendungen genau genug - nur linear abhängig.

:

$$\epsilon_g$$

Objekt5

= 0.5 %

Querkontraktionszahl:  $\nu = 0.4$

1. Wie dick muss die Platte sein, damit die anfängliche maximale Durchbiegung unter Eigengewicht kleiner als die Plattendicke bleibt?
2. Um wieviel Prozent erhöht sich die maximale Durchbiegung nach einem Jahr gegenüber dem Anfangswert?

1. Wie groß ist die zusätzliche Sicherheit gegen Überschreiten der Grenzdehnung für linear viskoelastisches Werkstoffverhalten nach einem Jahr?

### 1.1. Berechnungsgang

1. Im ACIPS-Modul SoftPlate wählt man die Bauteilform Kreisabschnitt (Kreissegment), Randlagerung 8 (freier Rand) für Rand 1 (Kreissegmentsehne) und Randlagerung 1 (fest eingespannter Rand) für Rand 2 (Kreissegmentbogen), Lastfall Eigengewicht, Berechnungsbereich biegesteif.

Geometrieangaben: Radius  $r_a = 800$  mm; Bogenhöhe  $h = 900$  mm oder Abstand der Sehne vom Mittelpunkt  $s_a = r_a - h = -100$  mm.

Für die Dicke wird ein beliebiger realistischer Schätzwert angenommen, z.B.  $t = 10$  mm.

Werkstoffkennwerte: Elastizitätsmodul  $E = 1200$  MPa; Querkontraktionszahl  $\nu = 0.4$

Beanspruchung: Dichte  $\rho = 955$  kg/m<sup>3</sup>

Berechenbare Größen: voreingestellter Wert: P0 Maximalwerte

Berechnungsverfahren: Methode C (FEM-Rechnung), lineares

Last-Verformungs-Verhalten (biegesteife Platte)<sup>2</sup>

Das statische System ist keine eigentliche Platte, sondern ein einseitig eingespannter Balken bzw. Plattenstreifen mit freiem Ende. Wegen fehlender Beschränkung der Verschiebung der Randpunkte auf dem Kreissegmentbogen können sich keine Zugkräfte im Bauteil ausbilden, es treten nur Biegemomente auf. Die Last-Verformungs-Kurve ist viel schwächer gekrümmt als bei echten Plattenproblemen, so dass bis zum fünf- bis zehnfachen Durchbiegungs-Dicken-Verhältnis mit annähernd linearem Verlauf gerechnet werden kann.

Zum Vergleich die Berechnungsergebnisse mit ACIPS-Modul SoftPlate, Methode C, nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten (biegeweiche Platte)

a) für  $t = 20$  mm;  $E = 320$  MPa:

Maximale Durchbiegung  $w = 42.84$  mm ( - 2.9 % gegenüber  $w = 44.13$  mm der biegesteifen Platte; Verhältnis  $w/t = 2.2$ )

Maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_v$$

Objekt15

= 0.78 MPa ( - 1.3 % gegenüber

$$\sigma_v$$

Objekt14

= 0.79 MPa der biegesteifen Platte)

b) für  $t = 4$  mm;  $E = 1200$  MPa:

Maximale Durchbiegung  $w = 255.9$  mm ( - 13 % gegenüber  $w = 294.2$  mm der biegesteifen Platte; Verhältnis  $w/t = 74$ )

Maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_v$$

Objekt16

= 3.88 MPa ( - 2.0 % gegenüber

$$\sigma_v$$

Objekt17

= 3.96 MPa der biegesteifen Platte)

Berechnungsergebnisse: Bei Startwert  $t = 10$  mm

Maximale Durchbiegung (Mitte des Kreissegmentbogens)  $w = 47.07$  mm

Maximale Vergleichsspannung (Mitte der Kreissegmentsehne)

$$\sigma_v$$

Objekt2

= 1.58 MPa

Erforderliche Mindestdicke:

$$t_x = \sqrt[3]{w \cdot t^2} = \sqrt[3]{47.07 \cdot 10^2} = 16.7$$

Objekt1

mm1

Die Nachrechnung mit ACIPS-Modul SoftPlate, Methode C, lineares

Last-Verformungs-Verhalten (biegesteife Platte),  $E = 1200$  MPa,  $t = 16.712$  mm, ergibt als

maximale Durchbiegung  $w = 16.85$  mm #  $t = 16.7$  mm (sowie die maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_v$$

Grafik1

= 0.95 MPa).

Gewählte Dicke: 20 mm (als die nächste technisch verfügbare Dicke für extrudierte Platten aus PE-HD)

- Da bei der biegesteifen Platte die Durchbiegung dem Modul proportional ist, erhöht sich die Durchbiegung im Verhältnis E-Modul/Kriechmodul um (E/

$$\frac{E}{\sigma(1+0.5\sigma)}$$

Objekt6

$-1) \cdot 100 = (1200/320 - 1) \cdot 100 = 275$  %.

- Mit ACIPS-Modul SoftPlate, Methode C, lineares Last-Verformungs-Verhalten

(biegesteife Platte):

Berechnungsergebnisse für  $t = 20$  mm;  $E = 1200$  MPa:

Maximale Durchbiegung  $w = 11.77$  mm

Maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_v$$

Objekt7

= 0.79 MPa

Berechnungsergebnisse für  $t = 20$  mm;  $E =$

$$E_{c(1.05\sigma)}$$

Objekt9

= 320 MPa:

Maximale Durchbiegung  $w = 44.13$  mm

Maximale Vergleichsspannung

$$\sigma_v$$

Objekt8

= 0.79 MPa

Wie vorherzusehen ändert sich nach einem Jahr die Durchbiegung im Verhältnis der Module  $w = 11.77 \cdot 1200 / 320 = 44.13$ , die Spannung ändert sich nicht.

Die nach einem Jahr auftretende Dehnung  $\# =$

$$\sigma_v$$

Objekt10

/

$$E_{c(1.05\sigma)}$$

Objekt11

\*100 =  $0.79 \cdot 100 / 320 = 0.25$  % ergibt die Sicherheit  $S =$

$$\varepsilon_g$$

Objekt13

$\# = 0.5 / 0.25 = 2$  gegen Überschreiten der Grenzdehnung

$$\varepsilon_g$$

Objekt12

## 1.2. Ergebnisse:

1. Die Mindestdicke ist 16.7 mm, als Plattendicke wird 20 mm gewählt.

2. Die Durchbiegung durch Eigengewicht erhöht sich nach einem Jahr um 275 %.
3. Die zusätzliche Sicherheit ist 100 %.