

Rechteckplatte eines Behälters mit hydrostatischem Druck

Table of contents

1 Ausgangsdaten.....	2
2 Vergleich der Messwerte.....	2

1. Ausgangsdaten

Im Rahmen eines Forschungsvorhabens wurde ein Rechteckbehälter aus Polypropylen-Platten gebaut, vermessen und berechnet [5.1]1

Werkstoff: Polypropylen (PP) in Form extrudierter Platten aus PP-Blockpolymer Typ 2 DIN 8078

Kriechmodul (für 24 h bei 23° C)
= 1000 MPa (siehe [5.1], Abschn. 4.3.3, S. 65) Objekt1

Querkontraktionszahl: $\nu = 0.4$

Länge der großen Wandplatte: $a = 1000$ mm

Länge der kleinen Wandplatte: $c = 500$ mm

Höhe der Wandplatten: $b = 500$ mm

Dicke der Wand- und Bodenplatten: $t = 4$ mm Nenndicke (gemessen effektiv 4.12 mm)

Obere Randverstärkung: Stahl-Quadratrohr 20x20x2, mit 3 mm PP ummantelt

Belastung: Hydrostatischer Druck aus 485 mm Wassersäule, $p = 0.00476$ MPa am Boden, $p = 0.0$ MPa bei der Höhe $h = 485$ mm

Wie lässt sich der bemessungsmaßgebliche Verformungs- und Spannungszustand der großen Wandplatte mit dem ACIPS-Modul SoftPlate ermitteln?

2. Vergleich der Messwerte

Folgende Tabelle zeigt in der Übersicht die nach verschiedenen Verfahren ermittelten Werte, die zur Beurteilung der geeigneten Berechnungsmethode relevant sind.

Maximale Verschiebungen und Spannungen der großen Wandplatte eines Rechteckbehälters mit hydrostatischem Druck - Vergleich von Messwerten, von Werten aus FEM-Rechnungen und von Werten nach SoftPlate-Methoden -				
Methode zur	Maximale	Maximale	Maximale	ZeileNr.

Rechteckplatte eines Behälters mit hydrostatischem Druck

Ermittlung der Werte	Durchbiegung w [mm]	Randverschiebung v [mm]	Vergleichs- oder Biegespannung # [MPa]	
Messung	21.4	0.80	(n.e.)	1
DVS 2205-5, Abs. 4.2 [5.2] DIN EN 12573-3, Abs. 6 [5.3]	55.855.8	1.121.12	26.7826.78	2a
DVS 2205-5, Abs. 4.6.2.3 [5.2] DIN 12573-3, Abs. B.2.4 [5.3]	16.813.5		3.712.73	2b
Roark's Formulas Stress & Strain	63.2	0.0	22.82	3
FEM vollständiges Behältermodell	18.4	0.76	2.65	4
FEM äquivalentes Plattenmodell	20.0	1.16	(n.e.)	5
SoftPlate biegesteif, Lagerung R1	59.7	0.0	19.15	6
SoftPlate biegesteif, Lagerung R3	237.7	0.0	20.85	7
SoftPlate biegeweich, Lagerung R1	10.4	0.0	6.03	8
SoftPlate biegeweich, Lagerung R2	28.4	2.32	12.00	9
SoftPlate biegeweich, Lagerung R3	11.2	0.0	2.66	10
SoftPlate biegeweich, Lagerung R4	46.6	7.61	14.85	11

SoftPlate Methode B, (R2+R3)/2	19.8	1.16	7.33	12
--------------------------------------	------	------	------	----

Table 1: Tabelle

Erläuterungen zu den Zeilen in der Tabelle:

1. Mittelwerte der Verformungsmessungen, etwa 24 Stunden nach Befüllung mit Wasser (aus [5.1], S. 88 + 92).
Die Abkürzung (n.e.) bedeutet: Spannungen wurden nicht ermittelt.
2. Die nach DVS 2205-5 [5.2]1
bzw. DIN EN 12573-3 [5.3]2
berechneten Werte für Durchbiegung und Spannung in Zeile 2a treffen nicht zu, weil sie unter den unzutreffenden Annahmen einer biegesteifen Platte mit unnachgiebiger Randlagerung und gleichmäßiger gemittelter Flächenlast³ errechnet wurden (siehe auch [5.1], S. 116). Die Annahmen über die Durchbiegung der Randverstärkung entsprechen in etwa den Ergebnissen aus Messung und Simulationsrechnung.
Die in Zeile 2b nach DVS 2205-5, Abs. 4.6.2.3, nach den Gleichungen von Foeppel für die eingespannte Membranplatte mit konstanter Flächenlast errechneten Werte entsprechen den Messwerten besser; die Durchbiegung ist wegen der Annahme fester Einspannung etwas zu niedrig.
In DIN 12573-3, Abs. B.2.4, sind die Beiwerte # und # nur für die quadratische Platte mit dem Seitenverhältnis $x/y = 1$ angegeben, so dass die Ergebnisse für die Platte mit dem Seitenverhältnis $x/y = 2$ weniger gut zutreffen.
3. Berechnet nach [5.4]4
, Chapt. 11, Tab. 11.4, Case 8d., nach einem Aufsatz von E. G. Odley von 1947 (Ref. 28).
4. Die Werte wurden in einer validierten Simulationsrechnung des gesamten Behälters nach der Finite-Elemente-Methode (FEM) ermittelt (siehe [5.1], Abschn. 5.3, S. 85 ff.; zu den - vergleichsweise geringen - Abweichungen zwischen FEM-Rechnung und Messung siehe [5.1], S. 64 + 88.)
5. Die Werte wurden an einem der Behälterwand äquivalenten Plattenmodell mit teils unverschieblicher und teils nachgiebiger Randlagerung durch eine FEM-Rechnung ermittelt (siehe [5.1], Abschn. 6.1.5, S. 116 + 117).
6. Berechnung mit SoftPlate Methode A, allseitige Randlagerung R1 = unverschiebbar, gestützt, nicht drehbar (Einspannung).
7. Berechnung mit SoftPlate Methode A, allseitige Randlagerung R3 = unverschiebbar,

- gestützt, frei drehbar (Auflagerung).
8. Berechnung mit SoftPlate Methode B, allseitige Randlagerung R1 = unverschiebbar, gestützt, nicht drehbar (Einspannung).
 9. Berechnung mit SoftPlate Methode B, allseitige Randlagerung R2 = verschiebbar, gestützt, nicht drehbar.
 10. Berechnung mit SoftPlate Methode B, allseitige Randlagerung R3 = unverschiebbar, gestützt, frei drehbar (Auflagerung).
 11. Berechnung mit SoftPlate Methode B, allseitige Randlagerung R4 = verschiebbar, gestützt, frei drehbar.
 12. Mittel der Berechnungswerte mit SoftPlate Methode B für Randlagerung R2 (Zeile 9) und R3 (Zeile 10).

Ergebnis und Bewertung:

Der Verformungs- und Spannungszustand der Wandplatte kann nicht zutreffend ermittelt werden, wenn sie als biegesteife Platte berechnet wird, ganz gleich, ob man die analytischen Lösungen der Plattentheorie (Zeile 3), die darauf zurückgreifenden Technischen Richtlinien (Zeile 2a) oder die SoftPlate Methode A (Zeilen 6 und 7) heranzieht. Die Gültigkeit der Formeln der "klassischen" Plattentheorie ist begrenzt auf das Verhältnis der maximalen Durchbiegung zu Plattendicke von < 0.2 bis < 1.0 , je nach tolerierter Abweichung der vereinfachenden Annahmen von der Plattendifferentialgleichung; meist wird $w/t < 0.5$ als zulässig angesetzt (siehe dazu z.B. [5.1], S. 11 + 29). In der Bemessungspraxis wird diese Beschränkung oft übersehen oder, vermeintlich mangels besserer Alternativen, ignoriert, was zu mehr oder minder groben Fehleinschätzungen und im Extremfall zu unsinnigen Ergebnissen führt.

Die Berechnungsansätze als biegeeweiche oder biegeschlaffe Platte liefern Ergebnisse mit deutlich besserer Übereinstimmung zur Messung, selbst wenn die Annahmen über die Randbedingungen und die Lastverteilung nicht zutreffen (Zeile 2b).

Die nichtlinearen FEM-Rechnungen als vollständiges Behältermodell oder als äquivalentes Plattenmodell (Zeilen 4 und 5) geben zutreffende validierte Ergebnisse; jedoch erfordern solche Simulationsrechnungen höheren Modellierungsaufwand und spezielle Erfahrung, wenn stimmige Ergebnisse erreicht werden sollen.

Die Berechnung als biegeeweiche Platte mit der SoftPlate Methode B ist für das tatsächliche Verhältnis der maximalen Durchbiegung zu Plattendicke $w/t = 5.2$ angemessen und liefert für die jeweils vorliegende Randlagerung nachprüfbar korrekte Ergebnisse (Zeilen 8 bis 11). Die tatsächliche Randlagerung der Wandplatte ist eingeschränkt verschiebbar, eingeschränkt

gestützt und eingeschränkt drehbar, entspricht somit keinem der Randlagerungsfälle R1 bis R4. Die Berücksichtigung dieser Randbedingungen würde eine FEM-Rechnung mit einem äquivalenten Plattenmodell ähnlich dem von Zeile 5 erfordern. Eine gut zutreffende Näherung erhält man, wenn man die Ränder der Wandplatte als Mittel zwischen unverschiebbar/verschiebbar und nicht drehbar/frei drehbar sowie als (weitgehend) gestützt1 annimmt, d.h. die Mittelwerte aus den Berechnungen mit SoftPlate Methode B für die Randlagerung R2 und R3 bildet (Zeile 12).

Die so erhaltenen Mittelwerte liegen nahe bei den oder sind etwas größer als die Werte der Zeilen 1, 4 und 5, wobei besonders die maximale Vergleichsspannung auf der sicheren Seite liegt, ohne die unzutreffend hohen Werte der biegesteifen Platte zu erreichen.

Der bemessungsmaßgebliche Verformungs- und Spannungszustand der großen Wandplatte eines Rechteckbehälters lässt sich zutreffend mit dem ACIPS-Modul SoftPlate Methode B als Mittel zwischen den Randlagerungsfällen R2 (verschiebbar, gestützt, nicht drehbar) und R3 (unverschiebbar, gestützt, frei drehbar) ermitteln.

[5.1] Ziesche, B. D.: Dimensionierung von großen Rechteckbehältern aus Thermoplasten. Schriftenreihe Kunststoff-Forschung, Bd. 55. Berlin: Technische Universität Berlin, 2003, ISBN 3 7983 1899 9

[5.2] Merkblatt DVS 2205 Teil 5 (März 1986): Berechnung von Behältern und Apparaten aus Thermoplasten. Rechteckbehälter. Krefeld: Deutscher Verlag für Schweißtechnik

[5.3] DIN EN 12573-3 (Dez. 1999): Geschweißte ortsfeste drucklose Behälter (Tanks) aus Thermoplasten. Teil 3: Konstruktion und Berechnung von einwandigen Rechteckbehältern (-tanks).

In beiden technischen Richtlinien wird bei der Ermittlung der maximalen Durchbiegung mit dem hydrostatischen Druck am Behälterboden als konstante Flächenlast gerechnet. Dies führt bei vorliegendem Beispiel zu der maximalen Durchbiegung $w = 111.6$ mm. Um diesen Fehler zu korrigieren, wurde wie in der Literatur zur Plattentheorie mit dem mittleren konstanten Flächendruck $p/2$ gerechnet.

[5.4] Young, W. and R. Budynas: Roark's Formulas for Stress and Strain. 7. Aufl. New York: McGraw-Hill, 2002, ISBN 0-07-121059-8

Untersuchungen haben gezeigt, dass bei biegeweichen Platten eine eingeschränkte, geringe Nachgiebigkeit der Stützung des Randes keinen bedeutenden Einfluss auf die maximale Durchbiegung und Spannung hat, während schon eine geringe Nachgiebigkeit der Verschiebbarkeit die Höchstwerte der Durchbiegung und Spannung stark in Richtung der

Rechteckplatte eines Behälters mit hydrostatischem Druck

Werte für einen frei verschiebbaren Rand beeinflussen.